

111 年 5 月 篩選測驗 6 年級 題號：10

科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	6	6	202205M6N010		
			11105M6N10		
題目	<p>把 $3\frac{3}{4}$ 公升的紅茶，分裝到容量是 $\frac{3}{10}$ 公升的杯子，最多可裝滿多少杯？還剩下多少公升？</p> <p>(1) 3 杯，剩 $\frac{3}{4}$ 公升</p> <p>(2) 12 杯，剩 $\frac{1}{2}$ 公升</p> <p>(3) 12 杯，剩 $\frac{3}{20}$ 公升</p> <p>(4) 13 杯，剩 $\frac{1}{2}$ 公升</p>				
答案	3	認知歷程向度	解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。				
基本學習內容	6-nc-04-1 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。			內容領域	數與量
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題是分數除以分數的文字題，要求學生算出商及餘數，評量學生利用分數除法解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)除數是分數的包含除問題包含有餘數和沒有餘數兩種題型：</p> <p>有餘數的問題：緞帶長 $\frac{9}{5}$ 公尺，每 $\frac{4}{7}$ 公尺做一朵花，最多可以做成幾朵花？剩下幾公尺？</p> <p>沒有餘數的問題：緞帶長 $\frac{9}{5}$ 公尺，每 $\frac{4}{7}$ 公尺做一朵花，全部做完，相當於做成多少朵花？</p> <p>(二)以「$\frac{41}{5}$ 公升果汁，$\frac{4}{7}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？」</p>				

為例，說明如何引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

步驟一：利用被除數及除數同時換單位策略來解題

$$\begin{aligned} & \frac{41}{5} \div \frac{4}{7} \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \text{ [通分]} \\ &= (41 \times 7) \div (4 \times 5) \text{ [同時以 } \frac{1}{35} \text{ 公升換單位]} \\ &= \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \quad \text{答：相當於裝成 } \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \text{ 瓶} \end{aligned}$$

步驟二：學生不易發現問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和答案「 $\frac{41 \times 7}{4 \times 5}$ 」的關係。

教師先將答案改記成兩分數的乘積。

$$\begin{aligned} \frac{41 \times 7}{4 \times 5} &= \frac{41 \times 7}{5 \times 4} \text{ [乘法交換律]} \\ &= \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \text{ [分數} \times \text{分數} = \frac{\text{分子} \times \text{分子}}{\text{分母} \times \text{分母}}] \end{aligned}$$

步驟三：要求學生觀察問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和改寫後答案「 $\frac{41}{5} \times \frac{7}{4}$ 」的關係。

幫助學生發現可以利用顛倒相乘的方式直接算出答案。

(三)以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，最多裝滿幾瓶，還剩下多少公升？」為例，說明如何幫助學生解有餘數的包含除問題。

下面提供兩種解題的方法：

方法一：利用被除數和除數同時換單位策略來解題

$$\begin{aligned} \frac{41}{5} \text{ 公升} &= \frac{287}{35} \text{ 公升} \Rightarrow 287 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升} \\ \frac{4}{7} \text{ 公升} &= \frac{20}{35} \text{ 公升} \Rightarrow 20 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升} \\ 287 \div 20 &= 14(\text{瓶}) \dots 7 \text{ (7 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升)} \\ \text{可以記成：} & \frac{287}{35} \div \frac{20}{35} = 14 \dots \frac{7}{35} \left(\frac{7}{35} = \frac{1}{5} \right) \end{aligned}$$

答：最多裝滿14瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升

方法二：利用沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)來解題

步驟一：利用顛倒相乘算出全部裝完相當於多少瓶

$$\frac{41}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{287}{20} = 14 \frac{7}{20} (\text{瓶})$$

步驟二：說明 $14\frac{7}{20} = 14(\text{瓶}) + \frac{7}{20}(\text{瓶})$ ，

所以最多裝滿 14 瓶，剩下 $\frac{7}{20}$ 瓶。

步驟三：將剩下的 $\frac{7}{20}$ 瓶換成多少公升。

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{20} = \frac{1}{5}(\text{公升})$$

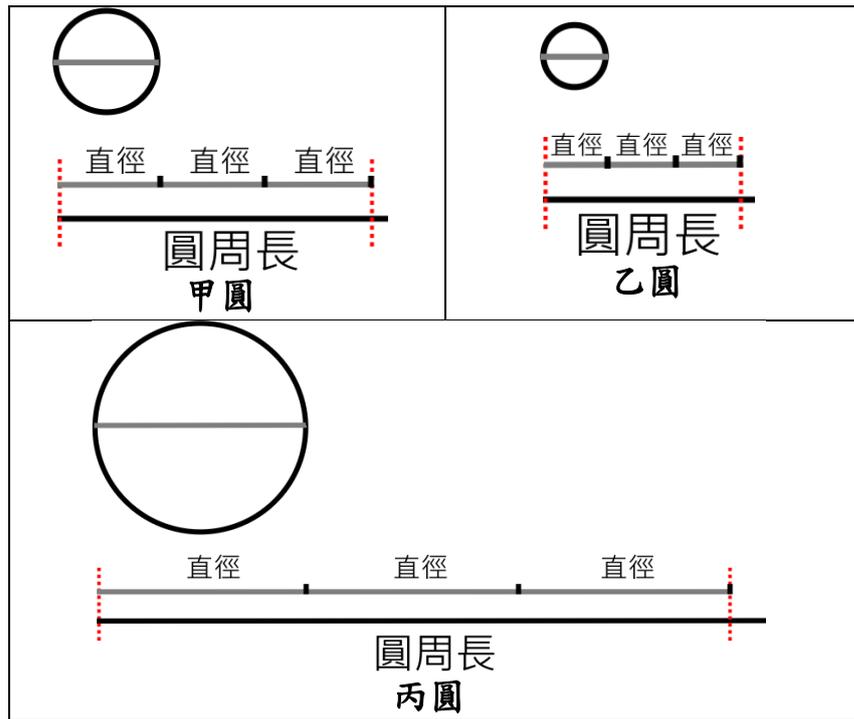
答：最多裝滿 14 瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升

對應教材：6-nc-04-1

111 年 5 月篩選測驗 6 年級 題號：25

科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	6	6	202205M6S025		
			11105M6S25		
題目	<p>甲圓周長是乙圓周長的 3 倍， 甲圓圓周率是乙圓圓周率的多少倍？</p> <p>(1) $\frac{1}{3}$ (2) 1 (3) 3 (4) 9</p>				
答案	2	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題
能力指標	6-s-03 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-n-14)				
基本學習內容	6-sc-03-1 能理解圓周率的意義，同 6-nc-14-1。			內容領域	幾何
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定兩圓圓周長的倍數關係，要求學生算出兩圓圓周率的倍數關係，評量學生是否理解圓周率的意義。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)下面說明如何幫助學生掌握圓周率的意義： 教師先給定 3 個大小不同的圓，再提供下面兩種情境，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。</p> <p>1.觀察給定三個圓的圓周長和 3 倍直徑長的長短關係 教師分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要求學生觀察這些圓的圓周長和 3 倍直徑長，幫助學生認識圓周長比直徑的</p>				

3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。如下所示：



2. 比較三個圓「圓周長÷直徑長」商的大小關係

教師給定三個圓的圓周和直徑的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。如下所示：

	圓周長 (公分)	直徑長 (公分)	圓周長÷直徑長 (四捨五入到百分位)
甲圓	56.5	18	3.14
乙圓	38.0	12	3.17
丙圓	72.5	23	3.15

教師應同時提供兩種情境，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點。第一種情境是比的想法，學生可以同時看到圓周長和直徑 3 倍長的關係；第二種情境是比值的想法，學生可能只將注意力放在「圓周長÷直徑長」的商，而無法察覺圓周長和直徑 3 倍長的關係。

(二) 「圓周長÷直徑長=圓周率($\frac{\text{圓周長}}{\text{直徑}}=\text{圓周率}$)」和

「圓周長=直徑長×3.14」是相同的關係，只記憶其中一個公式，就能導出另一個公式。前者較容易幫助學生認識圓周率的意義，而後者只幫助學生記憶圓周率是 3.14。

建議教師教學時，宜強調「圓周長÷直徑長＝圓周率(3.14)」，幫助學生掌握圓周率的意義，不宜只強調「圓周長＝直徑長×3.14」。

對應教材：6-sc-03-1

111 年 5 月篩選測驗 6 年級 題號：24

	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	6	6	202205M6N024 11105M6N24		
題目	用 12 公升的白色油漆和 6 公升的紅色油漆調成一桶粉紅色油漆，請問白色油漆和紅色油漆的比值是多少？ (1) 12 : 6 (2) 6 : 12 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2				
答案	4	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題
能力指標	6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。				
基本學習內容	6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。			內容領域	數與量
施測後回饋 訊息	<p>評量重點： 本題給定兩數，要求學生算出比值，評量學生是否認識比值的意義。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)以 3 : 5 和 5 : 8 為例，有兩種比較比的大小的方法 第一種：讓兩個比的前項相等，$3 : 5 = \underline{15} : 25$，$5 : 8 = \underline{15} : 24$ $25 > 24$，$\underline{15} : 25 > \underline{15} : 24$，可以得到 $3 : 5 > 5 : 8$。 第二種：讓兩個比的後項相等，$3 : 5 = 24 : \underline{40}$，$5 : 8 = 25 : \underline{40}$， $24 < 25$，$24 : \underline{40} < 25 : \underline{40}$，可以得到 $3 : 5 < 5 : 8$。 由上面的說明可以知道，前項相同和後項相同時，兩個比的大小剛好相反，為了讓兩個比大小的答案一致，數學上約定比的後項為基準量，透過後項相同時前項的大小，來比較兩個比的大小。</p> <p>(二)以「3 個糖果賣 5 元」和「5 個餅乾賣 8 元」為例，有兩種比較糖果和餅乾，誰的售價比較貴或比較便宜的方法。 方法一：將總價放在後項，總價相同時，比較誰的個數比較多 3 個糖果賣 5 元 $\Rightarrow 3 : 5 = 24 : \underline{40} \Rightarrow 24$ 個糖果賣 40 元 5 個餅乾賣 8 元 $\Rightarrow 5 : 8 = 25 : \underline{40} \Rightarrow 25$ 個餅乾賣 40 元 40 元可以買 24 個糖果，40 元也可以買 25 個餅乾， $24 < 25$，所以糖果的售價比較貴。 方法二：將個數放在後項，個數相同時，比較誰的總價比較多 5 元買 3 個糖果 $\Rightarrow 5 : 3 = 25 : \underline{15} \Rightarrow 25$ 元買 15 個糖果 8 元買 5 個餅乾 $\Rightarrow 8 : 5 = 24 : \underline{15} \Rightarrow 24$ 元買 15 個餅乾 25 元可以買 15 個糖果，24 元也可以買 15 個餅乾，</p>				

$25 > 24$ ，所以糖果的售價比較貴。

方法一是把總價 40 元當做後項，前項糖果的個數 24 比餅乾的個數 25 小，但是糖果的售價比餅乾的售價貴。

方法二是把個數 15 個當做後項，後項糖果的總價 25 比餅乾的總價 24 大，而糖果的售價比餅乾的售價貴。

為了讓數字比較大時售價比較貴，數字比較小時售價比較便宜，數學上選擇方法二為售價的定義。

(三)為了讓比較多個比的大小時更有效率，可以透過將後項轉換成 1 的方式來比較， $5:3 = \frac{5}{3}:1$ ， $8:5 = \frac{8}{5}:1$ ， $\frac{5}{3} > \frac{8}{5}$ ，可以得到 $5:3 > 8:5$ 。

以「 $5:3 = \frac{5}{3}:1$ 」為例，數學上稱後項為 1 的前項 $\frac{5}{3}$ 為 $5:3$ 的比值，可以透過比值來比較兩個比的大小。

(四)有兩種定義比值的方式：

$$\text{第一種：} a:b = \frac{a}{b}:1 = \frac{a}{b}$$

$$\text{第二種：} a:b = a \div b = \frac{a}{b}$$

部份教師不喜歡上面的定義方式，認為等號左邊是比，而等號右邊是數字，比和數字不相等，因此不能記成 $a:b = \frac{a}{b}$ ，只能說 $a:$

b 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

建議教師透下列方式引入比值的定義：

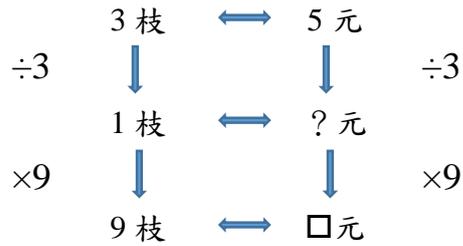
$a:b = \frac{a}{b}:1$ ，我們稱 $\frac{a}{b}:1$ 的前項 $\frac{a}{b}$ 為 $a:b$ 的比值，可以利用

$a \div b = \frac{a}{b}$ 算出比值。

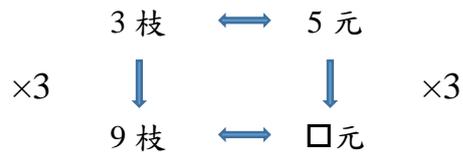
對應教材：6-nc-09-1

111 年 5 月篩選測驗 6 年級 題號：23

	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	6	6	202205M6N023		
			11105M6N23		
題目	三年 2 班男生人數和女生人數的比是 4:3， 已知女生有 12 人，全班有多少人？ (1) 9 (2) 16 (3) 21 (4) 28				
答案	4	認知歷程向度	解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。				
基本學習 內容	6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。			內容領域	數與量
施測後回饋 訊息	<p>評量重點： 本題給定兩量的比和其中一量，要求學生算出另一量，評量學生利用比解決生活中問題的能力。</p> <p>教學建議： (一)以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出三種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。</p> <p>1.單價法：先用除法「$5 \div 3 = \frac{5}{3}$」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利用乘法「$\frac{5}{3} \times 9 = \frac{45}{3} = 15$」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。</p> <p>2.倍數法：先用除法「$9 \div 3 = 3$」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，再用乘法「$5 \times 3 = 15$」算出 5 元的 3 倍是 15 元，得到 9 枝鉛筆賣 15 元。</p> <p>3.關係式：教師也可以先用比的算式「$3:5=9:\square$」記錄問題，再將比的算式由左右併置的記法，改記成上下併置的關係式記法，關係式的記法較容易說明單價法或倍數法解題的意義。</p> <p>單價法：$(5 \div 3) = \frac{5}{3}$，$\frac{5}{3} \times 9 = 15$</p>				



倍數法： $3 \times 3 = 9$ (或 $9 \div 3 = 3$)， $5 \times 3 = 15$



4. 外項乘以外項等於內項乘以內項：

先用算式「 $3 : 5 = 9 : y$ 」記錄問題，透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」得到算式「 $3 \times y = 5 \times 9 = 45$ 」後，再利用乘除互逆「 $45 \div 3 = 15$ 」，或利用等量公理「 $3 \times y = 45$ ， $y = 45 \div 3 = 15$ 」，算出 9 枝鉛筆賣 15 元。

(二) 以「 $3 : 5 = \square : 15$ 」為例，說明為什麼外項乘以外項會等於內項乘以內項。

$$3 : 5 = \square : 15$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) : (5 \times 15) = (\square \times 5) : (15 \times 5)$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) = (\square \times 5)$$

看著原問題「 $3 : 5 = \square : 15$ 」和結果「 $3 \times 15 = \square \times 5$ 」，

幫助學生發現「 3×15 」是「 $3 : 5 = \square : 15$ 」兩外項的乘積，「 $\square \times 5$ 」是「 $3 : 5 = \square : 15$ 」兩內項的乘積，可以透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的關係，由「 $3 : 5 = \square : 15$ 」直接得到 $(3 \times 15) = (\square \times 5)$ 。

對應教材：6-nc-09-1

111 年 5 月篩選測驗 6 年級 題號：22

科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	6	6	202205M6A022		
			11105M6A22		
題目	<p>「快樂國小視力不良的學生有 96 個人，占全校學生人數的 $\frac{3}{4}$，快樂國小全校學生有多少個人？」用 y 表示全校學生人數，請問下列哪個列式和答案都正確？</p> <p>(1) $y \div \frac{3}{4} = 96$，$y = 72$，答：72 個人</p> <p>(2) $y \div \frac{3}{4} = 96$，$y = 128$，答：128 個人</p> <p>(3) $y \times \frac{3}{4} = 96$，$y = 72$，答：72 個人</p> <p>(4) $y \times \frac{3}{4} = 96$，$y = 128$，答：128 個人</p>				
答案	4	認知歷程向度	解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-a-02 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。				
基本學習內容	6-ac-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題是分數情境的文字題，要求學生選出正確的列式與答案，評量學生利用未知數符號列式並求解的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>下面說明如何幫助學生將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式。</p> <p>(一)協助學生利用算式填充題記錄單步驟問題。 建議教師先幫助學生將單步驟的文字題列成算式填充題，並說明算式填充題和原問題情境的關係，算式填充題中的()只是一個位置，學生較容易掌握利用算式填充題列式的意義。</p> <p>(二)協助學生用有未知數符號的算式來列式。</p>				

當學生有足夠的經驗能用算式填充題來列式，知道算式填充題中的()裡面一定可以填入一個確定的數字，此時，就可以使用 x 或甲等符號替代()來列式。

例如將「 $5 \times () = 40$ 」改記成「 $5 \times x = 40$ 」或「 $5 \times \text{甲} = 40$ 」；將「 $() \times 6 = 30$ 」改記成「 $x \times 6 = 30$ 」或「 $\text{甲} \times 6 = 30$ 」。

(三)協助學生求解。

提供學生能從列式求解的經驗。如： $5 \times x = 40$ ， $x = 40 \div 5 = 8$ 。

(四)將用未知數列式的範圍由整數情境延伸至分數情境，如果學生無法列式，建議教師先將分數情境的問題改記成整數情境的問題，學生列式成功後，再類比整數情境，進行分數問題的列式並求解。

對應教材：6-ac-02-1

